

DOI:10.3969/j.issn.1003-5060.2022.09.008

# 基于 PTMD 的双主梁钢-混组合梁桥 车-桥耦合振动控制

李德安<sup>1</sup>, 王佐才<sup>1,2</sup>, 王慧光<sup>1</sup>, 金大帅<sup>1</sup>

(1. 合肥工业大学 土木与水利工程学院, 安徽 合肥 230009; 2. 土木工程防灾减灾安徽省工程技术研究中心, 安徽 合肥 230009)

**摘要:**针对双主梁钢-混组合梁桥车-桥耦合振动问题,文章以某高速公路路段 1 座  $4 \times 35$  m 双主梁钢-混组合梁桥为例,设计一种通过调谐质量块与黏弹性层之间的碰撞来耗散能量的碰撞调谐质量阻尼器(pounding tuned mass damper, PTMD),以减小车辆引起的桥梁振动;结合桥梁和车辆的运动方程,建立车-桥-PTMD 耦合系统运动方程;考虑路面条件,基于三维车辆模型、桥梁模型和 PTMD 系统建立车-桥-PTMD 耦合系统的仿真模型,以研究该装置的减振效果。结果表明,该文研究的 PTMD 对钢-混组合梁桥的车-桥耦合振动有明显的抑制效果,且随着其质量比的增大,减振效果有显著提升。

**关键词:**碰撞调谐质量阻尼器(PTMD);车-桥耦合振动;减振阻尼装置;钢-混组合梁

**中图分类号:**U441.3 **文献标志码:**A **文章编号:**1003-5060(2022)09-1198-06

## Vibration control for vehicle-bridge coupling of double main girder steel-concrete composite beam bridge based on PTMD

LI Dean<sup>1</sup>, WANG Zuocai<sup>1,2</sup>, WANG Huiguang<sup>1</sup>, JIN Dashuai<sup>1</sup>

(1. School of Civil and Hydraulic Engineering, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China; 2. Anhui Engineering Technology Research Center for Civil Engineering Disaster Prevention and Mitigation, Hefei 230009, China)

**Abstract:** Aiming at the problem of traveling vibration of double main girder steel-concrete composite beam bridge, a pounding tuned mass damper(PTMD) is proposed for reducing bridge vibration caused by vehicles. Based on a  $4 \times 35$  m double main girder steel-concrete composite beam bridge on an expressway, the equation of the motion for the vehicle-bridge-PTMD coupling system is derived with equations of motion for bridge and vehicle. A simulation model of the vehicle-bridge-PTMD coupling system is finally established based on the three-dimensional vehicle model, bridge model and PTMD system to study the vibration reduction effect of the device. The road conditions are also considered. The results show that the PTMD has a significant suppression effect on the traveling vibration of the steel-concrete composite beam bridge. As the mass ratio of the PTMD increases, its damping effect is significantly improved.

**Key words:** pounding tuned mass damper(PTMD); vehicle-bridge coupling vibration; vibration damping device; steel-concrete composite beam

在中小跨径桥梁中,钢-混组合梁通常采用工字钢作为主梁形式<sup>[1]</sup>。工字钢梁具有结构美观简

洁、受力特点明确、施工方便、综合造价低等诸多优点,因而获得了相对广泛的应用<sup>[2]</sup>。目前,钢-

收稿日期:2021-01-13;修回日期:2021-03-03

基金项目:国家自然科学基金优秀青年科学基金资助项目(51922036);安徽省重点研发计划资助项目(1804a0802204)和中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(JZ2020HGFB0117)

作者简介:李德安(1996—),男,浙江永嘉人,合肥工业大学硕士生;

王佐才(1982—),男,湖南双峰人,博士,合肥工业大学教授,博士生导师。

混组合梁的研究主要集中在截面形式的选择及设计参数敏感性等方面<sup>[3]</sup>,而对钢-混组合梁桥车-桥耦合振动研究相对较少,特别是针对双主梁钢-混组合梁桥的相关研究很少。

由于工字钢梁竖向弯曲刚度较小,2 片工字钢主梁在行车荷载作用下会产生剧烈的振动,从而使桥梁结构对车-桥耦合振动的响应较为明显,有可能加剧桥梁结构的损伤,影响使用寿命,因此,对双主梁钢-混组合梁桥进行车-桥振动控制研究具有较重要的意义。

调谐质量阻尼器(tuned mass damper, TMD)是一种离散型阻尼装置<sup>[4]</sup>,常用于结构被动控制,广泛应用于桥梁结构振动控制中。文献<sup>[5]</sup>研究了两自由度模型 TMD 的最优参数,大量相关研究主要集中在优化 TMD 参数以及抑制风荷载和地震荷载作用下的桥梁振动<sup>[6-7]</sup>,而利用 TMD 来抑制移动车辆荷载作用下钢-混组合梁桥振动的研究较少。碰撞调谐质量阻尼器(pounding tuned mass damper, PTMD)是一种新型减振装置,在 PTMD 的设计中,阻尼器由可移动的质量块和附加的限位装置组成,该限位装置能够限制质量块的振动,其表面的黏弹性材料可以通过冲击或碰撞耗散能量。与传统的 TMD 系统相比,PTMD 有效降低了结构的振动和阻尼器自身的安装成本,相对容易实现和维护<sup>[8-9]</sup>;此外,PTMD 拓宽了阻尼器的有效减振频带,具有更大的能量耗散能力,对系统不确定性的响应更为稳健<sup>[10]</sup>。

本文针对双主梁钢-混组合梁桥行车振动问题,设计一种通过调谐质量块与黏弹性层之间的碰撞来耗散能量的 PTMD,以减小车辆引起的桥梁振动;结合桥梁和车辆的运动方程,建立车-桥-PTMD 耦合系统运动方程;建立某双主梁钢-混组合梁桥的有限元模型,并进行动力特性分析;考虑路面条件,基于三维车辆模型、桥梁模型和 PTMD 系统建立车-桥-PTMD 耦合系统的仿真模型,并研究本文设计的 PTMD 对该双主梁钢-混组合梁桥的减振效果。

## 1 车-桥-PTMD 耦合系统运动方程

车-桥-PTMD 耦合系统力学模型如图 1 所示。车辆模型采用整车空间模型和多刚体系统模型,考虑二系悬挂,以便更全面地、比较真实地模拟实际车辆动力特性;桥梁模型采用有限单元法,在研究车-桥耦合竖向振动时,由于桥梁下部结构

的竖向刚度比桥跨结构大得多,故将下部结构模拟成刚体。

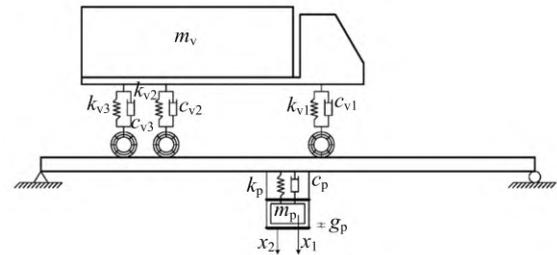


图 1 车-桥-PTMD 耦合系统力学模型

### 1.1 车辆与桥梁运动方程

考虑车辆和桥梁不耦合时的振动方程,车辆和桥梁是 2 个相互独立的自由振动系统。车辆的运动方程为:

$$M_v \ddot{x}_v + C_v \dot{x}_v + K_v x_v = F_v \quad (1)$$

其中: $M_v$ 、 $C_v$ 、 $K_v$  分别为车辆的质量、阻尼和刚度矩阵; $x_v$  为车辆的垂直位移矢量; $F_v$  为作用在车辆上的车轮-道路接触力矢量。

桥梁运动方程为:

$$M_b \ddot{x}_b + C_b \dot{x}_b + K_b x_b = F_b \quad (2)$$

其中: $M_b$ 、 $C_b$ 、 $K_b$  分别为桥梁的质量、阻尼和刚度矩阵; $x_b$  为桥梁所有自由度的位移矢量; $F_b$  为作用在桥梁上的所有外力的矢量。

### 1.2 PTMD 运动方程

PTMD 安装在桥梁结构的设计位置,例如其响应成为最大值的位置。PTMD 的运动方程<sup>[11]</sup>为:

$$M_p \ddot{x}_p + C_p \dot{x}_p + K_p x_p = F_p + HTP \quad (3)$$

其中: $M_p$ 、 $C_p$ 、 $K_p$  分别为 PTMD 的质量、阻尼和刚度矩阵; $x_p$  为 PTMD 的垂直位移矢量; $F_p$  为桥梁和 PTMD 相对运动产生的力; $P$  为桥梁和 PTMD 垂直方向的碰撞力; $\Gamma$  为碰撞力的位置矩阵; $H$  取值为:

$$H = \begin{cases} 1, & x_2 - x_1 > g_p; \\ -1, & x_2 - x_1 < -g_p; \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (4)$$

其中: $x_1$  为质量块的位移; $x_2$  为黏弹性材料层的位移; $g_p$  为质量块和黏弹性材料层之间的间隙。

为准确分析 PTMD 对桥梁结构的振动抑制效果,需要建立碰撞力模型。一些研究者通过合理的数学表达式来描述碰撞力,以研究不同结构之间的碰撞现象,并提出多个碰撞力模型来模拟结构的碰撞<sup>[12]</sup>,其中,基于赫兹接触单元和非线性阻尼器的模型考虑碰撞过程中能量的耗散,本文采用该碰撞力模型。桥梁和 PTMD 之间的碰

撞力<sup>[13]</sup>表达式为:

$$P = \begin{cases} \beta(x_1 - x_2 - g_p)^{\frac{3}{2}} + c(\dot{x}_1 - \dot{x}_2), & x_1 - x_2 - g_p > 0, \dot{x}_1 - \dot{x}_2 > 0; \\ \beta(x_1 - x_2 - g_p)^{\frac{3}{2}}, & x_1 - x_2 - g_p > 0, \dot{x}_1 - \dot{x}_2 < 0; \\ 0, & x_1 - x_2 - g_p < 0 \end{cases} \quad (5)$$

其中:  $x_1 - x_2 - g_p$  为质量块和黏弹性材料层之间的相对位移;  $\dot{x}_1 - \dot{x}_2$  为相对碰撞速度;  $\beta$  为碰撞刚度, 主要取决于材料特性和碰撞物体的几何结构;  $c$  为碰撞阻尼, 由于黏弹性材料是高度非线性的,  $c$  值取决于碰撞刚度和黏弹性材料层的变形。  $c$  的计算公式为:

$$c = 2\xi \sqrt{\beta} \sqrt{x_1 - x_2 - g_p} \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \quad (6)$$

$$\xi = \frac{9\sqrt{5}}{2} \frac{1 - e^2}{e[e(9\pi - 16) + 16]} \quad (7)$$

其中:  $m_1, m_2$  为 2 个碰撞体的质量;  $e$  为恢复系数;  $\xi$  为与  $e$  相关的碰撞阻尼比。  $e$  的定义为碰撞后(最终)相对速度之间的关系, 可以通过反弹试验测得, 即用钢球的初始高度和钢球与平板碰撞后的反弹高度来确定,  $e = 0$  表示完全塑性冲击,  $e = 1$  表示完全弹性冲击。

### 1.3 车-桥-PTMD 耦合系统运动方程

利用桥梁与轮胎接触点处的位移关系和相互作用力关系, 结合桥梁与车辆的运动方程, 可以建立车-桥-PTMD 耦合系统的运动方程, 即

$$\begin{bmatrix} M_b & & & \\ & M_p & & \\ & & M_v & \\ & & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_b \\ \ddot{x}_p \\ \ddot{x}_v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_b & C_{b-p} & C_{b-v} \\ C_{p-b} & C_p & 0 \\ C_{v-b} & 0 & C_v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_b \\ \dot{x}_p \\ \dot{x}_v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_b & K_{b-p} & K_{b-v} \\ K_{p-b} & K_p & 0 \\ K_{v-b} & 0 & K_v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_b \\ x_p \\ x_v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_b \\ F_p + HTP \\ F_v \end{bmatrix} \quad (8)$$

可采用 Newmark 逐步积分法对(8)式进行求解, 进而得到结构的振动响应。

## 2 钢-混组合梁桥减振装置

本文基于 TMD 减振原理, 设计一种通过调谐质量块与黏弹性层之间的碰撞来耗散能量的 PTMD, 如图 2 所示。 PTMD 具有与常规 TMD 类似的可移动质量块、弹簧、阻尼器及表面被黏弹

性材料覆盖的限位装置, 以限制质量块的冲程, 并通过冲击或碰撞耗散能量。 整个装置分为 3 个部分, 由中间的 TMD 与两边的限位装置组成。 TMD 质量块的冲程受到外部激励的影响, 当桥梁结构受到较小的激励时, 其动力响应也较小, 质量块产生的冲程小于其与限位装置之间的间隙, 此时尚未发生碰撞, PTMD 的减振效果与 TMD 相同, 即通过谐振所引起的质量块运动来消耗能量; 当外部激励较大, 质量块的冲程超过其与限位装置之间的间隙时, 两者发生碰撞会消耗动能, 从而降低桥梁结构的振动。

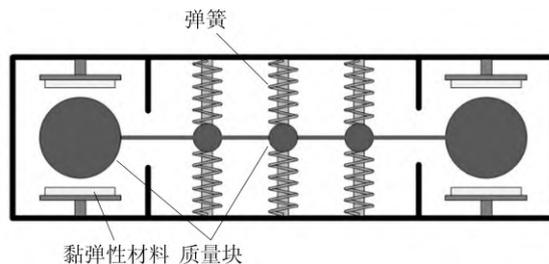


图 2 PTMD 装置示意图

## 3 算例分析

算例采用某高速公路路段 1 座  $4 \times 35$  m 双主梁钢-混组合梁桥, 其基本截面尺寸如图 3 所示(单位为 mm)。 预制桥面板采用 C40 混凝土和 PVA 纤维混凝土, 工字钢主梁采用 Q345D 碳素结构钢, 桥面宽度为 13 m, 主梁间距为 7.2 m。

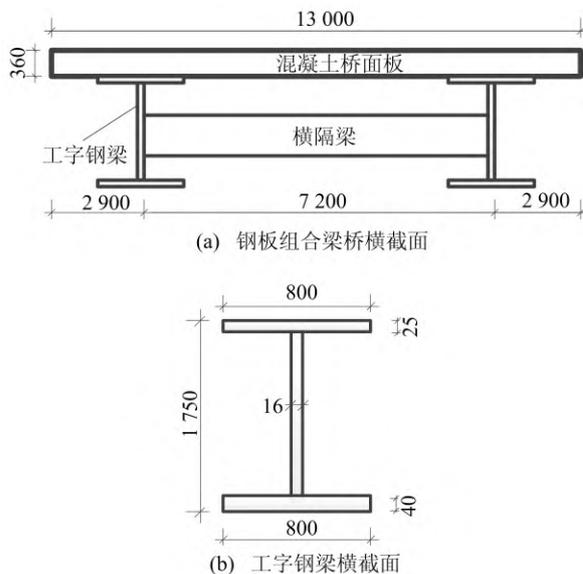


图 3 钢-混组合梁桥基本尺寸

### 3.1 桥梁有限元建模及动力特性分析

利用通用有限元软件 ANSYS 建立该双主梁钢-混组合梁桥有限元模型,得到该桥的质量、刚度和阻尼矩阵。混凝土桥面板采用 solid65 单元,工字钢梁和横隔梁均采用 shell181 单元,共有 54 780 个节点、44 080 个单元。钢-混组合梁桥有限元模型如图 4 所示。

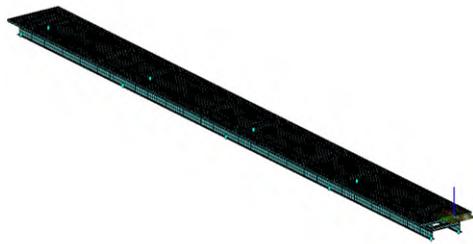


图 4 钢-混组合梁桥有限元模型

基于有限元模型对结构进行模态分析,计算得到结构前 2 阶竖弯频率分别为 2.78、10.74 Hz,结构前 2 阶竖弯振型如图 5 所示。

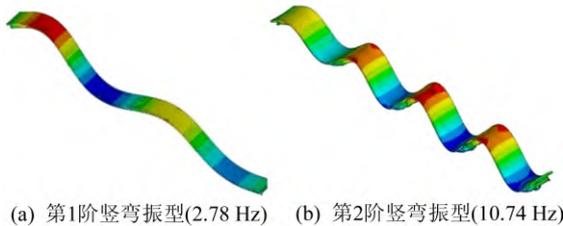


图 5 钢-混组合梁桥模型振型

### 3.2 钢-混组合梁桥现场试验

钢-混组合梁桥试验现场与加速度传感器实物图片如图 6 所示。



图 6 梁桥试验现场与传感器实物图片

为了解该钢-混组合梁桥实际工作状态下的振动特性,在该桥处于运营状态下进行现场试验,在边跨和中跨工字钢梁下翼缘沿四等分点等间距布置加速度传感器,测试主梁的竖向加速度,得到主梁在移动车辆荷载激励下的振动响应,并进行

工作模态参数识别,即可得到桥梁结构的振动特性。

利用解析模式分解算法对实测加速度数据进行去噪处理,分别对低于 0.2 Hz 的低频成分和高于 30.0 Hz 的高频成分进行去噪,并对去噪后的数据进行快速傅里叶变换(fast Fourier transform,FFT)分析。基于分解后的模态响应,利用随机子空间法识别出结构的前 2 阶竖弯频率分别为 2.74、10.67 Hz,结构第 1 阶阻尼比为 2.48%。与结构模型前 2 阶竖弯频率相比较,实测频率与模型前 2 阶竖弯频率的误差分别为 1.46%、0.66%。实测结构前 2 阶竖弯振型如图 7 所示,将其与图 5 中的前 2 阶竖弯振型进行对比,通过计算各阶模态的模态置信度(modal assurance criterion,MAC)可知,实测模态振型与有限元结果具有 90%以上的相似度。

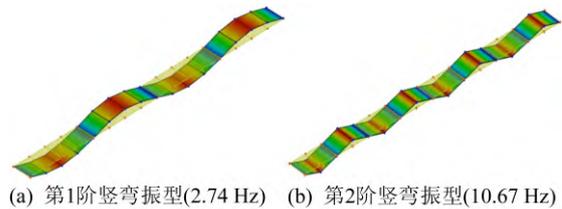


图 7 钢-混组合梁桥实测振型

### 3.3 路面状况模型

路面状况是影响桥梁和车辆动力响应的重要因素,一般由路面不平度定性表示。路面不平度等级划分见表 1 所列<sup>[14]</sup>。

表 1 路面不平度等级划分

路面等级	路面不平度系数/(10 <sup>-6</sup> m <sup>3</sup> )		
	下限	几何平均	上限
A(较好)	8	16	32
B(好)	32	64	128
C(一般)	128	256	512
D(差)	512	1 024	2 048
E(较差)	2 048	4 096	8 192
F	8 192	16 384	32 768
G	32 768	65 536	131 072
H	131 072	262 144	524 288

路面不平度的时间历程可假定为零均值平稳高斯随机过程,对其最有效的描述方法之一是进行功率谱统计。路面不平度功率谱密度(power spectrum density,PSD)函数又称为均方谱密度函数,是对分布于单位频段内路面不平度测量值的均方值进行统计分析。路面不平度可以通过基

于 PSD 函数的傅里叶逆变换来生成,能够反应路面的总体特征。不同国家根据实测数据的拟合结果,提出了各种 PSD 函数的规范。

本文进行车-桥耦合振动仿真分析时采用文献[14]规定的路面不平度等级 C 级(一般),通过对路面 PSD 函数求傅里叶逆变换得到路面不平度。

### 3.4 PTMD 减振效果分析

#### 3.4.1 PTMD 参数设置及布置

为了比较 TMD 和 PTMD 的行车振动控制效果,在相同的车-桥耦合系统中分别施加 TMD 和 PTMD,对比研究车-桥-PTMD/TMD 耦合系统与无控制车-桥耦合系统的动力响应。算例中,钢-混组合梁桥的一阶阻尼比取实测值 2.48%,TMD 和 PTMD 的质量比  $\mu$  均为 1.0%,TMD 的阻尼比为 6%,PTMD 的阻尼比由(7)式计算,其中 PTMD 的恢复系数  $e$  设定为 0.5,PTMD 的碰撞刚度  $\beta$  为  $20 \text{ kN/m}^{3/2}$ 。

为了有效控制桥梁的行车振动响应,将 TMD 和 PTMD 调到桥梁的基频,并安装在位移响应最大处。为增大减振效果,以该桥边跨为研究对象,在边跨跨中及跨中前后距桥墩 10 m 的位置分别设置相同的 PTMD/TMD 减振装置。利用多体动力学软件 UM 建立车-桥-PTMD 耦合系统仿真模型,如图 8 所示。

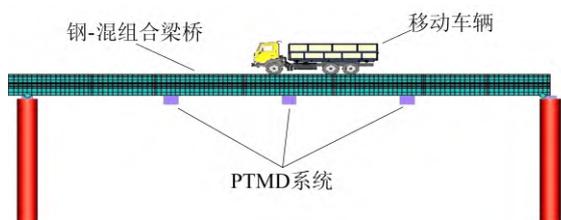


图 8 车-桥-PTMD 耦合系统仿真模型

#### 3.4.2 TMD 与 PTMD 的减振效果对比

桥梁在移动车辆荷载作用下的振动受到路面不平度、车辆质量、车速等多种因素的影响。本研究中路面不平度为 C 级(一般),车辆质量为 55 t,车速为 50 km/h,建立车-桥耦合模型进行仿真计算。移动车辆荷载作用下,安装 PTMD/TMD 前后,钢-混组合梁桥边跨跨中节点的位移、加速度时程曲线如图 9 所示。

由图 9a 可知,从钢-混组合梁桥竖向振动最大位移看,无减振装置时为 6.814 mm,安装 TMD 时为 5.545 mm,安装 PTMD 时为 4.689 mm。可以看出,安装 PTMD 的最大位移值明显小于无减振

装置和安装 TMD 的相应值。安装 TMD 对钢-混组合梁桥边跨跨中位移振动的减振率为 18.62%,安装 PTMD 时的相应减振率为 31.18%。

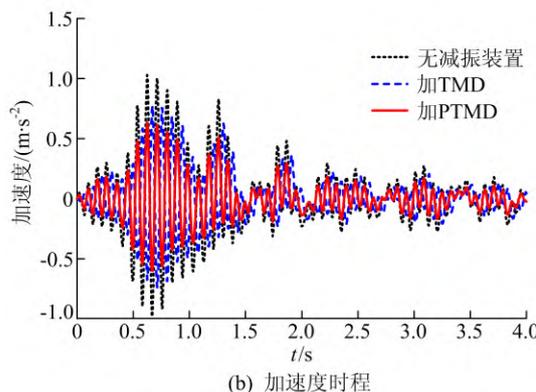
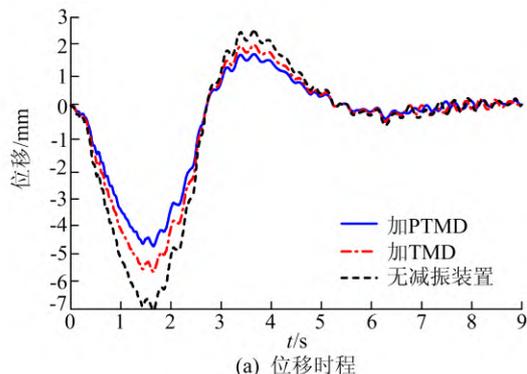


图 9 安装减振装置前后位移和加速度时程曲线

由图 9b 可知,从钢-混组合梁桥竖向振动加速度峰值看,无减振装置时为  $1.030 \text{ m/s}^2$ ,安装 TMD 时为  $0.775 \text{ m/s}^2$ ,安装 PTMD 时为  $0.632 \text{ m/s}^2$ 。因此,从结构跨中振动加速度看,安装 TMD 对钢-混组合梁桥的减振率为 24.76%,安装 PTMD 时的相应减振率为 38.64%。

综上所述,车-桥-PTMD 耦合系统的动力响应明显小于无控制车-桥耦合系统的动力响应,且小于车-桥-TMD 耦合系统的动力响应。本文应用的 PTMD 对钢-混组合梁桥的行车振动有明显的抑制效果,在其他条件相同的情况下,PTMD 的减振效果与 TMD 相比更加明显。

#### 3.4.3 PTMD 质量比影响分析

质量比是影响阻尼器减振效果的关键参数之一,阻尼器的质量比通常为 0.5%~2.0%。参考实际情况,选取 0.5%、1.0%、1.5%、2.0% 4 种不同质量比的 PTMD,其他条件均与前述分析相同,对该桥边跨跨中竖向位移进行对比分析,边跨跨中节点位移时程如图 10 所示,各质量比对应减振效果见表 2 所列。

由图 10、表 2 可知,PTMD 的质量比对减振效果的影响较为明显,当质量比从 0.5% 增加到 2.0% 时,对竖向位移的减振率从 22.74% 增加到 47.32%,PTMD 的减振效果有显著提升。

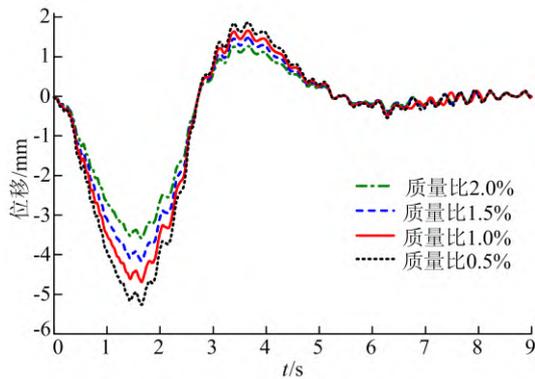


图 10 不同质量比下的位移时程曲线

表 2 不同质量比下的减振效果对比

质量比/%	位移/mm	减振率/%
0.5	5.265	22.74
1.0	4.689	31.18
1.5	4.167	38.85
2.0	3.590	47.32

### 3.4.4 PTMD 碰撞刚度影响分析

碰撞刚度  $\beta$  也是模拟碰撞力的关键参数,其值取决于碰撞物体的材料属性和几何形状。根据实际情况, $\beta$  通常为  $10 \sim 30 \text{ kN/m}^{3/2}$ 。选取 10、20、 $30 \text{ kN/m}^{3/2}$  3 种情形下的 PTMD,其他条件均与前述分析相同,对该桥边跨跨中竖向位移进行对比分析,不同  $\beta$  下的减振效果见表 3 所列。

表 3 不同  $\beta$  作用下的减振效果对比

$\beta/(\text{kN} \cdot \text{m}^{-3/2})$	位移/mm	减振率/%
10	4.588	32.67
20	4.689	31.18
30	4.801	29.54

由表 3 可知, $\beta$  的变化对 PTMD 的减振效果影响不大,当  $\beta$  从  $10 \text{ kN/m}^{3/2}$  增加到  $30 \text{ kN/m}^{3/2}$  时,对竖向位移的减振率仅从 32.67% 降低到 29.54%,PTMD 的减振效果无明显变化。

## 4 结 论

(1) 本文设计的 PTMD 对双主梁钢-混组合梁桥的行车振动有明显的抑制效果,在其他条件相同的情况下,安装 TMD、PTMD 对位移的减振率分别为 18.62%、31.18%,PTMD 有更好的减振效果。

(2) PTMD 的质量比对桥梁结构行车振动的

控制效果有明显影响,当其质量比从 0.5% 增加到 2.0% 时,对位移的减振率从 22.74% 提高到 47.32%,减振效果明显提升。

(3) PTMD 的碰撞刚度对桥梁结构行车振动的控制效果没有明显影响,当其碰撞刚度从  $10 \text{ kN/m}^{3/2}$  增加到  $30 \text{ kN/m}^{3/2}$  时,对竖向位移的减振率仅从 32.67% 降低到 29.54%。

### [参 考 文 献]

- [1] 邵长宇. 梁式组合结构桥梁[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2015: 15-16.
- [2] 石雪飞, 马海英, 刘琛. 双工字钢组合梁桥钢梁设计参数敏感性分析与优化[J]. 同济大学学报(自然科学版), 2018, 46(4): 444-451.
- [3] 荆国强, 吴肖波, 王波, 等. 双工字钢-混组合连续梁桥振动特性与控制研究[J]. 桥梁建设, 2019, 49(增刊 1): 39-44.
- [4] DOMANESCHI M, MARTINELLI L, PO E. Control of wind buffeting vibrations in a suspension bridge by TMD: hybridization and robustness issues [J]. Computers & Structures, 2015, 155: 3-17.
- [5] DEN HARTOG J P. Mechanical vibration[M]. 4th ed. New York: McGraw-Hill Book Company, Inc, 1956: 79-117.
- [6] 闫安志, 陈亚娟, 滕军. 基于 Hertz 碰撞模型的 TMD 参数优化研究[J]. 工程力学, 2010, 27(6): 189-193.
- [7] 文永奎, 卢文良. 分布式 TMD 对斜拉桥抖振减振的参数优化及分析[J]. 土木工程学报, 2014, 47(6): 88-96.
- [8] WANG W X, WANG X Y, HUA X G, et al. Vibration control of vortex-induced vibrations of a bridge deck by a single-side pounding tuned mass damper [J]. Engineering Structures, 2018, 173: 61-75.
- [9] ZHANG P, SONG G B, LI H N, et al. Seismic control of power transmission tower using pounding TMD[J]. Journal of Engineering Mechanics, 2012, 139(10): 1395-1406.
- [10] 王修勇, 胡仁康, 郭晨枫, 等. 单面碰撞 TMD 及其桥梁涡激振动控制研究[J]. 振动与冲击, 2020, 39(1): 169-174.
- [11] YIN X F, LIU Y, SONG G, et al. Suppression of bridge vibration induced by moving vehicles using pounding tuned mass dampers [J]. Journal of Bridge Engineering, 2018, 23(7): 04018047-1-04018047-14.
- [12] 张并财, 李英娜, 薛启超, 等. 基于黏弹性理论的碰撞力计算方法及其在碰撞 TMD 中的应用[J]. 振动与冲击, 2019, 38(6): 23-30.
- [13] LI L Y, SONG G B, SINGLA M, et al. Vibration control of a traffic signal pole using a pounding tuned mass damper with viscoelastic materials (II): experimental verification[J]. Journal of Vibration and Control, 2013, 21(4): 670-675.
- [14] 中国机械工业联合会. 机械振动 道路路面谱测量数据报告: GB/T 7031—2005/ISO 8608:1995[S]. [出版地不详: 出版者不详], 2005: 18.

(责任编辑 张淑艳)